

## Banachruimten en Banachalgebra's (C003012)

**Cursusomvang** *(nominale waarden; effectieve waarden kunnen verschillen per opleiding)*

**Studiepunten 6.0** **Studietijd 165 u**

**Aanbodsessies en werkvormen in academiejaar 2023-2024**

|                |            |      |                            |
|----------------|------------|------|----------------------------|
| A (semester 1) | Nederlands | Gent | hoorcollege<br>werkcollege |
|----------------|------------|------|----------------------------|

**Lesgevers in academiejaar 2023-2024**

|                      |      |                           |
|----------------------|------|---------------------------|
| Vernaeve, Hans       | WE16 | Verantwoordelijk lesgever |
| Kumar, Vishvesh      | WE16 | Medelesgever              |
| Rottensteiner, David | WE16 | Medelesgever              |

**Aangeboden in onderstaande opleidingen in 2023-2024**

|  | stptn | aanbodsessie |
|--|-------|--------------|
| <a href="#">Educatieve Master of Science in de wetenschappen en technologie (afstudeerrichting wiskunde)</a> | 6     | A            |
| <a href="#">Master of Science in de wiskunde</a>   | 6     | A            |

**Onderwijstalen**

Nederlands

**Trefwoorden**

Banachruimten, Banachalgebra's,  $C^*$ -algebra's

**Situering**

In dit opleidingsonderdeel wordt de abstracte analyse verder uitgediept. In het bachelorprogramma kwamen al metrische ruimten en Hilbertruimten aan bod. Banachruimten werden in mindere mate behandeld. Vele vectorruimten van (veralgemeende) functies, lineaire operatoren, ... in de analyse zijn Banachruimten die geen Hilbertruimten zijn. Bovendien zijn het vaak Banachalgebra's (en zelfs  $C^*$ -algebra's) onder vermenigvuldiging. Het vak beoogt ook een voorbereiding te geven op onderzoek van (veralgemeende) functies en operatoren en op veralgemeningen in de theorie van de topologische vectorruimten (cursus Capita selecta in de analyse).

**Inhoud**

1. Banachruimten, lineaire operatoren op Banachruimten, duale ruimten, zwakke topologie, stellingen van Hahn-Banach en Banach-Alaoglu, reflexiviteit
2. Representatie van separabele genormeerde ruimten als ruimten van continue afbeeldingen
3. Stellingen van Baire, Banach-Steinhaus, Open mapping en closed graph stellingen
4. Banachalgebra's, spectrum, stelling van Gelfand-Mazur
5. Commutatieve Banachalgebras en  $C^*$ -algebra's, Banachalgebra's van continue afbeeldingen op een topologische ruimte, representatiestelling van Gelfand-Naimark, stelling van Stone-Weierstrass. Toepassing: Tauberse stelling van Wiener.
6. Niet-commutatieve  $C^*$ -algebra's, functionele calculus, algebra's van begrensde lineaire operatoren op een Hilbertruimte, spectraalstellingen.
7. Optionele onderwerpen: Stone-Cech-compactificatie, GNS-constructie, inleiding tot topologische vectorruimten, reguliere Banachalgebra's.

**Begincompetenties**

De student heeft met succes het opleidingsonderdeel "Topologie en metrische ruimten" gevolgd of heeft de erin beoogde competenties op een andere manier verworven. Vertrouwdheid met analyse in één complexe veranderlijke en met Hilbertruimten wordt ook verondersteld.

**Eindcompetenties**

- 1 Inzicht hebben in hoe de abstracte theorie van de Banachruimten en Banachalgebra's samenhangt met een aantal abstracte begrippen uit de analyse die aan bod kwamen in de cursussen vermeld in de begincompetenties.
- 2 Inzien hoe de theorie van Banachruimten en Banachalgebra's nuttig is in concrete situaties in de analyse (zoals algebra's van functies of van lineaire operatoren).
- 3 Begrijpen hoe algebra en analyse concreet samenwerken om een theorie op te bouwen die d.m.v. een van de bouwstenen afzonderlijk een veel technischer karakter zou hebben.
- 4 Begrijpen hoe een aantal van de concepten in de theorie van de Banachruimten ontwikkeld zijn ter vervanging van de lokale compactheid van eindigdimensionale vectorruimten.
- 5 Begrijpen hoe een aantal van de concepten in de theorie van de Banachruimten ontwikkeld zijn ter vervanging van een inproduct in Hilbertruimten.

#### **Creditcontractvoorwaarde**

Toelating tot dit opleidingsonderdeel via creditcontract is mogelijk mits gunstige beoordeling van de competenties

#### **Examencontractvoorwaarde**

Dit opleidingsonderdeel kan niet via examencontract gevolgd worden

#### **Didactische werkvormen**

Werkcollege, Hoorcollege

#### **Toelichtingen bij de didactische werkvormen**

Omwille van COVID19 kunnen gewijzigde werkvormen uitgerold worden indien dit noodzakelijk blijkt.

#### **Leermateriaal**

Cursusnota's, beschikbaar via de elektronische leeromgeving Ufora.

#### **Referenties**

R. Kadison en J. Ringrose, Fundamentals of the theory of Operator Algebras, vol. 1, Elementary theory, Academic Press, 1983.  
W. Rudin, Functional Analysis, McGraw-Hill, 1973.

#### **Vakinhoudelijke studiebegeleiding**

De docent is ter beschikking voor het beantwoorden van individuele vragen, ook buiten de lesuren (mits afspraak). De studenten kunnen ook zelfstandig opgeloste oefeningen laten verbeteren.

#### **Evaluatiemomenten**

periodegebonden evaluatie

#### **Evaluatievormen bij periodegebonden evaluatie in de eerste examenperiode**

Mondelinge evaluatie, Schriftelijke evaluatie

#### **Evaluatievormen bij periodegebonden evaluatie in de tweede examenperiode**

Mondelinge evaluatie, Schriftelijke evaluatie

#### **Evaluatievormen bij niet-periodegebonden evaluatie**

#### **Tweede examenkans in geval van niet-periodegebonden evaluatie**

Examen in de tweede examenperiode is mogelijk

#### **Toelichtingen bij de evaluatievormen**

Het oefeningexamen is open boek.

#### **Eindscoreberekening**

100% periodegebonden.