

Lineaire algebraïsche groepen (C003013)

Cursusomvang (nominale waarden; effectieve waarden kunnen verschillen per opleiding)

Studiepunten 6.0

Studietijd 165 u

Aanbodsessies en werkvormen in academiejaar 2026-2027

A (semester 2)

Engels

Gent

hoorcollege

werkcollege

Lesgevers in academiejaar 2026-2027

De Medts, Tom

WE02

Verantwoordelijk lesgever

Aangeboden in onderstaande opleidingen in 2026-2027

stptn

aanbodsessie

Educatieve Master of Science in de wetenschappen en technologie (afstudeerrichting wiskunde)

6

A

Master of Science in de wiskunde

6

A

Uitwisselingsprogramma wiskunde (niveau master)

6

A

Onderwijstalen

Engels

Trefwoorden

Lineaire algebraïsche groepen, Hopf algebra's, klassieke groepen, algebraïsche meetkunde, Lie algebra's, diagonaliseerbaarheid, unipotente groepen, tori, reductieve groepen, wortelsystemen.

Situering

Bestuderen van belangrijke algebraïsche structuren waarvan de kennis onontbeerlijk is bij wiskundig onderzoek in de algebra en verwante gebieden. Kennis maken met algebraïsche meetkunde. Bereiken van een hoger abstractieniveau door de theorie in een algemeen kader te beschouwen.

Inhoud

Centraal in deze cursus staat de studie van lineaire algebraïsche groepen. Na een kort inleidend overzicht vangen we aan met de noodzakelijke opbouw van de gebruikte wiskundige hulpmiddelen, met name algebra's, tensorproducten, een korte inleiding op categorietheorie (met ondermeer Yoneda's lemma) en een beknopte inleiding op affiene variëteiten.

Vervolgens voeren we affiene algebraïsche groepen in, op een functoriële wijze. We bestuderen de corresponderende coördinatenalgebra (Hopf algebra's). We gaan nader in op representaties van lineaire algebraïsche groepen en de bijhorende comoduul-structuur, en we tonen aan dat elke affiene algebraïsche groep lineair is. Nadien behandelen we de Jordan decompositie van lineaire algebraïsche groepen, en gaan we dieper in op diagonaliseerbaarheid en triagonaliseerbaarheid (ondermeer stelling van Lie-Kolchin).

We bespreken de Lie-algebra van een lineaire algebraïsche groep, en we gaan verder in op belangrijke topologische aspecten, zoals samenhangendheid en gladheid.

We bestuderen de Weyl-groep en het wortelsysteem geassocieerd aan een reductieve lineaire algebraïsche groep over een algebraïsch gesloten veld, en we lichten dit toe met voorbeelden. Dit alles mondt uit in de classificatie van de halfenkelvoudige lineaire algebraïsche groepen over algebraïsch gesloten velden, waarbij we evenwel niet alle details rigoureus bewijzen.

Begincompetenties

Kennis van lineaire algebra (vectorruimten over willekeurige velden) en
(Goedgekeurd)

basisbegrippen in de algebra (groepen, ringen, idealen,...).

Eindcompetenties

- 1 De student is vertrouwd met de essentiële begrippen uit de theorie van de lineaire algebraïsche groepen en kan vlot omgaan met de moderne functoriële aanpak van de theorie.
- 2 De student is in staat de geïntroduceerde technieken toe te passen en op zelfstandige basis abstracte algebraïsche redeneringen op te bouwen.
- 3 De student is in staat om redeneringen te volgen waarin sommige delen niet expliciet bewezen worden. De student leert om intuïtief te redeneren alvorens in te gaan op de details van een bewijs.

Creditcontractvoorwaarde

Toelating tot dit opleidingsonderdeel via creditcontract is mogelijk na gunstige beoordeling van de competenties

Examencontractvoorwaarde

Dit opleidingsonderdeel kan niet via examencontract gevolgd worden

Didactische werkvormen

Werkcollege, Hoorcollege

Toelichtingen bij de didactische werkvormen

Hoorcolleges: overzicht, bespreking en duiding van de leerstof met bord en krijt.

Werkcolleges: Oefeningen die het inzicht in de leerstof verder aanscherpen, variërend van basisoefeningen tot uitdagende oefeningen.

Er worden **geen lesopnames** voorzien.

Studiemateriaal

Type: Syllabus

Naam: Linear Algebraic Groups

Richtprijs: Gratis of betaald door opleiding

Optioneel: nee

Taal : Engels

Aantal pagina's : 147

Beschikbaar op Ufora : Ja

Online beschikbaar : Ja

Beschikbaar in de bibliotheek : Nee

Beschikbaar via studentenvereniging : Nee

Referenties

- P. Abramenko, Lineare algebraische Gruppen, Eine elementare Einführung, Johann Wolfgang Goethe-Universität, Frankfurt am Main, 1990.
- A. Borel, Linear Algebraic Groups, Second enlarged edition, Graduate Texts in Mathematics 126, Springer, 1991.
- J. E. Humphreys, Linear Algebraic Groups, Springer-Verlag, New York, Heidelberg, Berlin, 1975.
- K. McGerty, Algebraic Groups and Representation Theory. Available online: <http://www2.imperial.ac.uk/~kmcgerty/teaching.html>.
- J.S. Milne, Basic Theory of Affine Group Schemes; Lie Algebras, Algebraic Groups, and Lie Groups; Reductive Groups. Available online: <http://www.jmilne.org/math/CourseNotes/ala.html>.
- T. A. Springer, Linear Algebraic Groups, Second edition, Progress in Mathematics vol. 9, Birkhäuser, 1998.
- T. Szamuely, Lectures on Linear Algebraic Groups. Available online: <http://www.renyi.hu/~szamuely/lectures.html>.

Vakinhoudelijke studiebegeleiding

Tijdens de interactieve hoorcolleges worden begrippen en technieken uitgelegd en worden richtlijnen gegeven om de lessen voor te bereiden en/of te herhalen.

Oefeningen worden voorbereid en worden in oefeningensessies onder begeleiding uitgewerkt en besproken aan de hand van de eventuele vragen en/of problemen die de studenten bij het oplossen van de oefeningen. Er is natuurlijk ook de mogelijkheid tot consultatiegesprekken met de lesgever.

Evaluatiemomenten

periodegebonden evaluatie

Evaluatievormen bij periodegebonden evaluatie in de eerste examenperiode

Mondelinge evaluatie, Schriftelijke evaluatie met open vragen

Evaluatievormen bij periodegebonden evaluatie in de tweede examenperiode

Mondelinge evaluatie, Schriftelijke evaluatie met open vragen

Evaluatievormen bij niet-periodegebonden evaluatie**Tweede examenkans in geval van niet-periodegebonden evaluatie**

Niet van toepassing

Toelichtingen bij de evaluatievormen

Periodegebonden evaluatie voor de theorie en oefeningen, waarbij wordt getest in hoeverre de student de geïntroduceerde begrippen en abstracte redeneringen beheerst. Voor beide gedeeltes mag de student alle cursusmateriaal gebruiken; de nadruk ligt bijgevolg op het begrijpen van de materie, en niet op het kunnen reproduceren ervan.

Eindscoreberekening

- Periodegebonden evaluatie voor de theorie (50%)
- periodegebonden evaluatie voor de oefeningen (50%)