

Gevorderde numerieke methoden (C004011)

Cursusomvang *(nominale waarden; effectieve waarden kunnen verschillen per opleiding)*

Studiepunten 6.0 **Studietijd 180 u**

Aanbodsessies en werkvormen in academiejaar 2025-2026

A (semester 2)	Engels	Gent	hoorcollege werkcollege
----------------	--------	------	----------------------------

Lesgevers in academiejaar 2025-2026

Köllermeier, Julian	WE02	Verantwoordelijk lesgever
---------------------	------	---------------------------

Aangeboden in onderstaande opleidingen in 2025-2026

	stptn	aanbodsessie
Educatieve Master of Science in de wetenschappen en technologie (afstudeerrichting wiskunde)	6	A
Master of Science in de informatica	6	A
Master of Science in de wiskunde	6	A

Onderwijstalen

Engels

Trefwoorden

Modelreductie, numerieke methoden, hyperbolische PDE's, vrije oppervlaktestroming, gasdynamica

Situering

Eerste helft:

Fysische fenomenen in reentry, kernfusie of geofysische stromingen vereisen op maat gemaakte wiskundige modellen om nauwkeurige, maar haalbare numerieke simulaties te verkrijgen. Deze cursus geeft een inleiding tot het proces van modelreductie via momentmethodes en bespreekt vervolgens de eigenschappen en numerieke oplossing van de verkregen modellen.

We zullen onder andere PDE-modellen van rarefied gases en ondiepe waterstromingen introduceren en geselecteerde analytische eigenschappen van de modellen onderzoeken, bv. hyperboliciteit, evenwichtspunten, lineaire stabiliteit. Als de tijd het toelaat, bespreken we alternatieve modelreductietechnieken, zoals low-rank approximaties en dynamische low-rank approximaties en toepassingen van momentmodellen in Uncertainty Quantification.

Dit deel bereidt studenten voor op onderzoeksprojecten in het brede veld van de toegepaste wiskunde die complexe modellen omvatten waarvoor de afleiding van een gereduceerd model nuttig is. Dergelijke toepassingen kunnen zijn in lucht- en ruimtevaarttechniek, vrije oppervlaktestromingen, kernfusie, radiotherapie, onzekerheidsbepaling.

Tweede helft:

Veel fysische processen uit de vloeistofdynamica worden gemodelleerd door grote hyperbolische PDE-systemen die op meerdere schalen evolueren, bv. momentmodellen voor rarefied gases (reentry) en ondiepe waterstromingen (tsunami's). Deze modellen vereisen speciale numerieke methoden die in staat zijn om de eigenschappen van de modellen te behouden tijdens de numerieke berekening en tegelijkertijd nauwkeurig en stabiel zijn. Bovendien bevatten veel modellen stijve brontermen in bepaalde regimes, bijvoorbeeld voor grote wrijving. In dit deel bespreken we specifieke numerieke methoden voor een groot aantal hyperbolische PDE-modellen. We beginnen met (niet-conservatieve) eindige-

volumemethoden en vervolgen met methoden die toegesneden zijn op stijve systemen zoals Projectieve Integratie of micro-Macro decompositie. Deze methoden zijn specifiek ontworpen voor hyperbolische modellen uit de vloeistofdynamica. Tot slot introduceren we adaptieve tijdstappen vanuit een controletheoretisch oogpunt om simulaties die op verschillende tijdschalen evolueren te versnellen.

De doelgroep bestaat uit masterstudenten die geïnteresseerd zijn in toegepaste wiskunde, numerieke simulatie, vloeistofdynamica of regeltheorie.

Inhoud

deel I:

1. Motivatie
2. Inleiding tot kinetische theorie
3. De methode van momenten
4. Niet-lineair momenten framework
5. Niet-lineaire momentvergelijkingen voor rarefied gases
6. Hyperbolische momentvergelijkingen voor rarefied gases
7. Gefilterde momentmodellen
8. Modelreductie op basis van Hilbert-expansie
9. Momentvergelijkingen voor ondiepe stromingen
10. Momentmodellen voor onzekerheidsbepaling
11. Andere modelreductietechnieken

deel II:

- 1 Voorbeelden voor Multi-schaal systemen:
- 2 Eindige volumeschema's
- 3 Standaardmethoden voor stijve modellen
- 4 Multi-schaalmethoden voor stijve modellen
- 5 Structuurbehoudende methoden
- 6 Adaptieve tijdstappen

Begincompetenties

Vereiste kennis: numerieke methoden voor differentiaalvergelijkingen, bijv. zoals in numerieke analyse, wiskundige modellering

Eindcompetenties

Aan het eind van de cursus is de student in staat om:

1. verschillende modelreductietechnieken toe te passen om macroscopische PDE's af te leiden uit een onderliggende micro-/mesoscopische PDE-beschrijving.
2. eigenschappen zoals stabiliteit en hyperbolica van de modellen te analyseren.
3. gereduceerde modellen gebruiken om toepassingsproblemen op te lossen, bijv. op het gebied van rarefied gases of vrije-oppervlak stromingen.
4. kiezen uit op maat gemaakte methoden om hyperbolische PDE's met meerdere schalen op te lossen.
5. De eigenschappen, voor- en nadelen van de besproken numerieke schema's begrijpen.

Creditcontractvoorwaarde

Toelating tot dit opleidingsonderdeel via creditcontract is mogelijk na gunstige beoordeling van de competenties

Examencontractvoorwaarde

Dit opleidingsonderdeel kan niet via examencontract gevolgd worden

Didactische werkvormen

Werkcollege, Hoorcollege

Toelichtingen bij de didactische werkvormen

Ufora zal worden gebruikt.

Het lesmateriaal wordt in het Engels aangeboden.

Studiemateriaal

Type: Syllabus

Naam: Lecture notes on Model Reduction and Multiscale Numerical Methods
Richtprijs: Gratis of betaald door opleiding
Optioneel: nee

Taal : Engels
Aantal pagina's : 200
Beschikbaar op Ufora : Ja
Online beschikbaar : Nee
Beschikbaar in de bibliotheek : Nee
Beschikbaar via studentenvereniging : Nee

Referenties

Lesnota's zijn beschikbaar

Vakinhoudelijke studiebegeleiding

Individuele uitleg door lesgever: op afspraak.

Evaluatiemomenten

periodegebonden en niet-periodegebonden evaluatie

Evaluatievormen bij periodegebonden evaluatie in de eerste examenperiode

Presentatie, Schriftelijke evaluatie

Evaluatievormen bij periodegebonden evaluatie in de tweede examenperiode

Presentatie, Schriftelijke evaluatie

Evaluatievormen bij niet-periodegebonden evaluatie

Werkstuk

Tweede examenkans in geval van niet-periodegebonden evaluatie

Examen in de tweede examenperiode is mogelijk

Toelichtingen bij de evaluatievormen

Periodegebonden evaluatie: Schriftelijke beoordeling (projectverslag) en presentatie

Niet-periodegebonden evaluatie: (twee)wekelijkse huiswerkopdrachten

Eindscoreberekening

Niet-periodegebonden (30%) en periodegebonden (70%) evaluatie.