

## Vector- en functieruimten (C004213)

**Cursusomvang** *(nominale waarden; effectieve waarden kunnen verschillen per opleiding)*

**Studiepunten 5.0**                      **Studietijd 150 u**                      **Contacturen**                      45.0u

**Aanbodsessies en werkvormen in academiejaar 2022-2023**

A (semester 1)	Nederlands	Gent	hoorcollege	30.0u
			werkcollege: geleide oefeningen	15.0u

**Lesgevers in academiejaar 2022-2023**

Haegeman, Jutho	WE05	Verantwoordelijk lesgever
-----------------	------	---------------------------

**Aangeboden in onderstaande opleidingen in 2022-2023**

<a href="#">Bachelor of Science in de fysica en de sterrenkunde</a>	<b>stptn</b>	<b>aanbodssessie</b>
	5	A

**Onderwijstalen**

Nederlands

**Trefwoorden**

vector, matrix, operator, matrixdecomposities, eigenwaarden, singuliere waarden, tensor, functieruimte, Hilbertruimte, integraaltransformaties, Fouriertransformatie, distributie, Euler-Lagrangevergelijking, functionele afgeleiden, beginvoorwaardeprobleem, randvoorwaardeprobleem, Greense functie

**Situering**

Dit opleidingsonderdeel behoort tot de leerlijn "Wiskunde" in de Bacheloropleiding Fysica en Sterrenkunde.

Lineairiteit en lineaire vergelijkingen komen veelvuldig voor in de natuurkunde; denk maar aan de Maxwellvergelijkingen of de Schrödingervergelijking. Het is dan niet verwonderlijk dat technieken uit lineaire algebra vaak gebruikt worden om deze vergelijkingen te bestuderen en hun oplossingen te construeren, zowel analytisch als numeriek. In het bijzonder lenen technieken uit de lineaire algebra zich uitermate tot grootschalige computerimplementaties en simulaties.

Deze cursus heeft tot doel de belangrijkste concepten en technieken uit de lineaire algebra aan te leren, maar ook te laten zien hoe die zich manifesteren buiten de nauwe context van eindig-dimensionale vectoren en matrices, met name in functieruimten en andere oneindig-dimensionale vectorruimten, die veelvuldig in de fysica aanwezig zijn.

**Inhoud**

1. Basis van de lineaire algebra
  - wiskundige structuren
  - vectorruimten
  - basis en dimensie
2. Lineaire afbeeldingen
  - lineaire afbeeldingen, operatoren and transformaties
  - lineaire functionalen en duale ruimten
  - matrices en determinanten, matrixvermenigvuldiging
  - lineaire groep en speciale lineaire group
  - lineaire systemen
3. Eigenwaardeproblemen
  - spectrale decompositie, eigenwaarden en eigenruimten
  - Jordan normale vorm
  - functies van lineaire operatoren
4. Inwendig product ruimten

- genormeerde vectorruimten, Banach ruimten, geïnduceerde norm van lineaire afbeeldingen
  - inwendig product, Cauchy-Schwarz ongelijkheid
  - orthogonaliteit, Gram-Schmidt orthogonalisatie, Hilbertruimten
  - lineaire afbeeldingen in Hilbert ruimten, hermitisch toegevoegde, unitaire, hermitische en normale afbeeldingen
  - bilineaire en kwadratische vormen; traagheidswet van Sylvester
5. Unitaire gelijkvormigheid en unitaire equivalentie
- unitaire groep
  - elementaire unitaire transformaties
  - QR decompositie
  - Schur decompositie
  - singuliere waarden decompositie
  - Krylov methoden
6. Multilineaire algebra
- tensorproduct van vectorruimten en lineaire afbeeldingen
  - tensorproduct van Hilbertruimten
  - tensoralgebra en uitwendig product
7. Functieruimten
- normen in functieruimten
  - orthogonale veeltermen: Legendre, Laguerre, Hermite, Tchebychef (toepassing: numerieke integratie)
  - operatoren in Hilbertruimten: integraal- and differentiaaloperatoren, begrensde, compactheid, symmetrische en zelftoegevoegde operatoren
  - spectraaltheorie
8. Fourieranalyse en distributies
- Fouriertransformatie
  - testfuncties en distributies: Dirac delta distributie
  - functionalen, functionele afgeleiden, Euler-Lagrange vergelijking
9. Toepassingen van differentiaaloperatoren
- toegevoegde van een differentiaaloperator, randvoorwaarden
  - beginwaardeproblemen, fundamentele oplossing
  - randvoorwaardeproblemen, Greense functies
  - Sturm-Liouville eigenwaardeproblemen
  - partiële differentiaalvergelijkingen

### Begincompetenties

Basiskennis van vectoren en matrices uit Lineaire algebra uit het eerste jaar.

### Eindcompetenties

- 1 Lineariteit in fysische toepassingen kunnen herkennen en kunnen benutten, zelfs wanneer die voorkomt in een vorm die er niet uitzien als een standaard vector of matrix.
- 2 Standaardtechnieken in de lineaire algebra (lineaire stelsels, matrix decomposities, orthogonalisatie) kunnen gebruiken (ook computationeel) voor fysische problemen, en —minstens even belangrijk— weten wanneer welke techniek kan gebruikt worden en wanneer niet, door van deze technieken de voordelen en beperkingen te kennen (zoals aannames rond hermiticiteit, positive definitie, de vereiste computationele complexiteit, ...).
- 3 Kunnen werken met de basisgereedschappen in functieruimtes: Fourier- en andere integraaltransformaties, Dirac-delta functies, functionele afgeleiden, orthogonale polynomen en andere aftelbare basissen, ...
- 4 Begin- en randvoorwaardeproblemen kunnen herkennen en weten welke technieken kunnen gebruikt worden om deze te analyseren of oplossing te bepalen.

### Creditcontractvoorwaarde

Toelating tot dit opleidingsonderdeel via creditcontract is mogelijk mits gunstige beoordeling van de competenties

### Examencontractvoorwaarde

Dit opleidingsonderdeel kan niet via examencontract gevolgd worden

### Didactische werkvormen

Hoorcollege, Werkcollege: geleide oefeningen

### Toelichtingen bij de didactische werkvormen

Hoorcolleges waarbij de theorie gedoceerd wordt. Werkcolleges waarbij de studenten onder begeleiding aan de hand van oefeningen de theorie leren toepassen, ofwel op pen- en papier, soms ook met behulp van de computer. Theorie en oefeningen: omwille van COVID19 kunnen gewijzigde werkvormen uitgerold worden indien dit noodzakelijk blijkt.

### **Leermateriaal**

Cursus wordt in PDF-formaat via Ufora ter beschikking gesteld.

### **Referenties**

- "Mathematics for Physicists: Introductory Concepts and Methods", Alexander Altland and Jan Von Delft, Cambridge University Press, 2019
- "A Physicist's Introduction to Algebraic Structures: Vector spaces, Groups, Topological Spaces, and more", Palsh B. Pal, Cambridge University Press, 2019
- "A Course in Modern Mathematical Physics: Groups, Hilbert Space and Differential Geometry", Peter Szekeres, Cambridge University Press, 2004
- "Mathematics for Physicists: An Illustrated Handbook", Adam Marsh, World Scientific, 2018
- "Manifolds, Tensors and Forms: An Introduction for Mathematicians and Physicists", Paul Renteln, Cambridge University Press, 2014
- "Functional Analysis for Physics and Engineering: An Introduction", Hiroyuki Shima, CRC Press, 2015
- "Introduction to Hilbert Spaces with Applications", Lokenath Debnath and Piotr Mikusinski, Academic Press, 2005

### **Vakinhoudelijke studiebegeleiding**

De studenten kunnen zowel voor, tijdens als na de les uitleg krijgen over de theorie en over de oefeningen. Ook na afspraak kan er steeds mondeling of per email uitleg verkregen worden. Verder wordt er interactieve ondersteuning voorzien via het forum op Ufora.

### **Evaluatiemomenten**

periodegebonden en niet-periodegebonden evaluatie

### **Evaluatievormen bij periodegebonden evaluatie in de eerste examenperiode**

Schriftelijk examen met open vragen

### **Evaluatievormen bij periodegebonden evaluatie in de tweede examenperiode**

Schriftelijk examen met open vragen

### **Evaluatievormen bij niet-periodegebonden evaluatie**

Werkstuk

### **Tweede examenkans in geval van niet-periodegebonden evaluatie**

Examen in de tweede examenperiode is mogelijk

### **Toelichtingen bij de evaluatievormen**

Schriftelijke evaluatie in twee delen, theorie en oefeningen. Voor de theorie zullen de verworven kennis getoetst worden, evenals de mate waarin de diverse onderdelen in onderling verband gebracht kunnen worden (gesloten boek examen). Voor de oefeningen zullen de verworven vaardigheden aangetoond moeten worden (open-boek examen). Verder is er een kleinschalig project waarin een grotere oefening moet worden opgelost, eventueel met behulp van computersimulaties.

### **Eindscoreberekening**

Theorie-examen: 40%, oefeningexamen: 40%, project: 20%.