

Vector- en functieruimten (C004213)

Cursusomvang *(nominale waarden; effectieve waarden kunnen verschillen per opleiding)*

Studiepunten 5.0 **Studietijd 150 u**

Aanbodsessies en werkvormen in academiejaar 2024-2025

A (semester 1)	Nederlands	Gent	werkcollege hoorcollege
----------------	------------	------	----------------------------

Lesgevers in academiejaar 2024-2025

Haegeman, Jutho	WE05	Verantwoordelijk lesgever
-----------------	------	---------------------------

Aangeboden in onderstaande opleidingen in 2024-2025

	stptn	aanbodsessie
Bachelor of Science in de fysica en de sterrenkunde	5	A

Onderwijstalen

Nederlands

Trefwoorden

vector, matrix, operator, matrixdecomposities, eigenwaarden, singuliere waarden, tensor, functieruimte, Hilbertruimte, integraaltransformaties, Fouriertransformatie, distributie, Euler-Lagrangevergelijking, functionele afgeleiden, beginvoorwaardeprobleem, randvoorwaardeprobleem, Greense functie

Situering

Dit opleidingsonderdeel behoort tot de leerlijn "Wiskunde" in de Bacheloropleiding Fysica en Sterrenkunde.

Lineairiteit en lineaire vergelijkingen komen veelvuldig voor in de natuurkunde; denk maar aan de Maxwellvergelijkingen of de Schrödingervergelijking. Het is dan niet verwonderlijk dat technieken uit lineaire algebra vaak gebruikt worden om deze vergelijkingen te bestuderen en hun oplossingen te construeren, zowel analytisch als numeriek. In het bijzonder lenen technieken uit de lineaire algebra zich uitermate tot grootschalige computerimplementaties en simulaties.

Deze cursus heeft tot doel de belangrijkste concepten en technieken uit de lineaire algebra aan te leren, maar ook te laten zien hoe die zich manifesteren buiten de nauwe context van eindig-dimensionale vectoren en matrices, met name in functieruimten en andere oneindig-dimensionale vectorruimten, die veelvuldig in de fysica aanwezig zijn.

Inhoud

1. Basis van de lineaire algebra
 - wiskundige structuren
 - vectorruimten
 - lineaire onafhankelijkheid, basis en dimensie
2. Lineaire afbeeldingen en matrices
 - lineaire afbeeldingen, operatoren and transformaties
 - kern, beeldruimte en rang-nulliteitsstelling
 - matrices en determinanten
 - lineaire groep en basistransformaties
 - lineaire functionalen en duale ruimten
 - affine transformaties
 - lineaire afbeeldingen in reële en complexe vectorruimten
 - stelsels van lineaire vergelijkingen
3. Lineaire operatoren en eigenwaarden
 - machten en veeltermen van lineaire operatoren
 - spectrale decompositie, eigenwaarden en eigenruimten

- Jordan normale vorm
- functies van lineaire operatoren
- toepassing: dynamische systemen
- 4. Norm en afstand
- genormeerde vectorruimten, Hölder norm
- Banach ruimten
- normen voor lineaire afbeeldingen, geïnduceerde normen, matrixnormen
- toepassingen: sensitiviteit van lineaire stelsels, Markov-ketens en stochastische matrices
- 5. Inwendig product en orthogonaliteit
- bilineaire en sesquilineaire vormen
- inwendig product, Cauchy-Schwarz ongelijkheid
- orthogonaliteit en unitariteit, Gram-Schmidt orthogonalisatie, Hilbertruimten en orthonormale basissen
- lineaire functionalen en de dualiteit van Hilbert ruimte
- begrensde lineaire afbeeldingen in Hilbert ruimten, hermitisch toegevoegde, unitaire, hermitische en normale afbeeldingen
- toepassing: kleinste-kwadraten oplossing
- 6. Unitaire gelijkvormigheid en unitaire equivalentie
- unitaire groep
- elementaire unitaire transformaties: Givensrotaties, Householderreflecties, discrete Fouriertransformatie
- QR decompositie
- Schur decompositie
- bilineaire en quadratische vormen herbekeken: traagheidswet van Sylvester
- singuliere waarden en polaire decompositie
- Krylov methoden
- 7. Functieruimten
- norm en inwendig product in functieruimten
- orthogonale veeltermen: Legendre, Laguerre, Hermite, Tchebycheff (toepassing: numerieke integratie)
- Fourierreeksen: convergence criteria and Gibbsfenomeen
- operatoren in Hilbertruimten: integraal- and differentiaaloperatoren, begrensde, compactheid, symmetrische en zelftoegevoegde operatoren
- inleiding tot de spectraaltheorie van operatoren
- 8. Lineaire differentiaaloperatoren
- toegevoegde van een differentiaaloperator, randvoorwaarden
- beginwaardeproblemen, fundamentele oplossing, Frobeniusmethode
- randvoorwaardeproblemen, Greense functies
- Sturm-Liouville eigenwaardeproblemen
- partiële differentiaalvergelijkingen
- 9. Fourieranalyse en distributies
- Fouriertransformatie
- testfuncties en distributies: Dirac delta distributie, distributieve limiet en afgeleide, Sokhotsky-Plemelj formule, Dirac kamdistributie, Poisson formule
- Fourieranalyse herbekeken: verschillende Fouriertransformaties relateren, bemonsteren en de Shannon-Nyquist stelling
- functionalen, functionele afgeleiden, Euler-Lagrange vergelijking
- 10. Multilineaire algebra
- tensorproduct van vectorruimten en lineaire afbeeldingen
- tensorproduct van Hilbertruimten
- tensoralgebra en uitwendig product

Begincompetenties

Basiskennis van vectoren en matrices uit Lineaire algebra uit het eerste jaar.

Eindcompetenties

- 1 Lineariteit in fysische toepassingen kunnen herkennen en kunnen benutten, zelfs wanneer die voorkomt in een vorm die er niet uitzien als een standaard vector of matrix.
- 2 Standaardtechnieken in de lineaire algebra (lineaire stelsels, matrix decomposities, orthogonalisatie) kunnen gebruiken (ook computationeel) voor fysische problemen, en — minstens even belangrijk— weten wanneer welke techniek kan gebruikt worden en wanneer niet, door van deze technieken de voordelen en beperkingen te kennen (zoals aannames rond hermiticiteit, positieve definiteit, de vereiste computationele complexiteit, ...).
- 3 Kunnen werken met de basisgereedschappen in functieruimtes: Fourier- en andere

integraaltransformaties, Dirac-delta functies, functionele afgeleiden, orthogonale polynomen en andere aftelbare basissen, ...

4 Begin- en randvoorwaardeproblemen kunnen herkennen en weten welke technieken kunnen gebruikt worden om deze te analyseren of oplossing te bepalen.

Creditcontractvoorwaarde

Toelating tot dit opleidingsonderdeel via creditcontract is mogelijk mits gunstige beoordeling van de competenties

Examencontractvoorwaarde

Dit opleidingsonderdeel kan niet via examencontract gevolgd worden

Didactische werkvormen

Werkcollege, Hoorcollege, Zelfstandig werk

Toelichtingen bij de didactische werkvormen

Hoorcolleges waarbij de theorie gedoceerd wordt. Werkcolleges waarbij de studenten onder begeleiding aan de hand van oefeningen de theorie leren toepassen, ofwel op pen- en papier, soms ook met behulp van de computer.

Studiemateriaal

Type: Syllabus

Naam: Vector- en functieruimten
Richtprijs: Gratis of betaald door opleiding
Optioneel: nee
Taal : Engels
Beschikbaar op Ufora : Ja
Online beschikbaar : Ja
Beschikbaar in de bibliotheek : Nee
Beschikbaar via studentenvereniging : Nee

Type: Slides

Naam: Vector- en functieruimten
Richtprijs: Gratis of betaald door opleiding
Optioneel: ja
Taal : Nederlands
Beschikbaar op Ufora : Ja
Online beschikbaar : Ja
Beschikbaar in de bibliotheek : Nee
Beschikbaar via studentenvereniging : Nee

Referenties

- "Mathematics for Physicists: Introductory Concepts and Methods", Alexander Altland and Jan Von Delft, Cambridge University Press, 2019
- "A Physicist's Introduction to Algebraic Structures: Vector spaces, Groups, Topological Spaces, and more", Palsh B. Pal, Cambridge University Press, 2019
- "A Course in Modern Mathematical Physics: Groups, Hilbert Space and Differential Geometry", Peter Szekeres, Cambridge University Press, 2004
- "Mathematics for Physicists: An Illustrated Handbook", Adam Marsh, World Scientific, 2018
- "Manifolds, Tensors and Forms: An Introduction for Mathematicians and Physicists", Paul Renteln, Cambridge University Press, 2014
- "Functional Analysis for Physics and Engineering: An Introduction", Hiroyuki Shima, CRC Press, 2015
- "Introduction to Hilbert Spaces with Applications", Lokenath Debnath and Piotr Mikusinski, Academic Press, 2005

Vakinhoudelijke studiebegeleiding

De studenten kunnen zowel voor, tijdens als na de les uitleg krijgen over de theorie en over de oefeningen. Ook na afspraak kan er steeds mondeling of per email uitleg verkregen worden. Verder wordt er interactieve ondersteuning voorzien via het forum op Ufora.

Evaluatiemomenten

periodegebonden en niet-periodegebonden evaluatie

Evaluatievormen bij periodegebonden evaluatie in de eerste examenperiode

Schriftelijke evaluatie met open vragen

Evaluatievormen bij periodegebonden evaluatie in de tweede examenperiode

Schriftelijke evaluatie met open vragen

Evaluatievormen bij niet-periodegebonden evaluatie

Werkstuk

Tweede examenkans in geval van niet-periodegebonden evaluatie

Examen in de tweede examenperiode is mogelijk

Toelichtingen bij de evaluatievormen

Schriftelijke evaluatie in twee delen, theorie en oefeningen. Voor de theorie zullen de verworven kennis getoetst worden, evenals de mate waarin de diverse onderdelen in onderling verband gebracht kunnen worden (gesloten boek examen). Voor de oefeningen zullen de verworven vaardigheden aangetoond moeten worden (open-boek examen).

Verder is er een kleinschalig project waarin een grotere oefening moet worden opgelost, eventueel met behulp van computersimulaties.

Eindscoreberekening

Theorie-examen: 40%, oefeningexamen: 40%, project: 20%.